

引理 1(Neumann (2011) 引理 5.1 的推广)对于任意的 $h_1, h_2 \geq 0$ 和常数 $c, m_0, m_1 > 0$, 可以在一个合适的概率空间上构造 $X_1 \sim c \cdot \text{Poi}(m_0 + m_1 h_1)$ 和 $X_2 \sim c \cdot \text{Poi}(m_0 + m_1 h_2)$, 使得以下二式成立:

$$\begin{aligned} E|X_1 - X_2| &= c \cdot m_1 |h_1 - h_2| \\ P(X_1 \neq X_2) &\leq c \cdot m_1 |h_1 - h_2| \end{aligned}$$

命题 1 的证明:

本文在条件 SC 成立的前提下证明 $\{(v_t, h_t, w_t)\}_{t \in \mathbb{N}}$ 是平稳遍历序列, 需验证在一合适的概率空间 (Ω, \mathcal{A}, P) 上, 对任意服从式 (3) 和式 (4), 且初始条件波动率不等 (即 $h'_1 \neq h_1$) 的马尔可夫链 $\{(v'_t, h'_t, w_t)\}_{t \in \mathbb{N}}$ 和 $\{(v_t, h_t, w_t)\}_{t \in \mathbb{N}}$ 具有相同的极限分布 π (马尔可夫性显然)。本文想要重新导出 Neumann (2011) 的式(5.1)和式(5.2), 即在给定初值 h_1, h'_1 的条件下, h'_t L1 收敛到 h_1 , v'_t L1 收敛到 v_t , 迭代地生成两条二元链, 由引理 1, 有

$$E|v'_1 - v_1| |h'_1, h_1) = c m_1 |h'_1 - h_1|$$

由式 (7) 和式 (8)、引理 1 和 w_t 的白噪声性质, 有

$$E|h'_2 - h_2| |h'_1, h_1), |h'_1 - h_1| E\kappa_1(w_1) + E[\kappa_2 |v'_1 - v_1| |h'_1, h_1] = E(\kappa_1(w_1) + c m_1 \kappa_2) |h'_1 - h_1| = \kappa |h'_1 - h_1|$$

类似地, 因为 $E|v'_2 - v_2| |h'_1, h_1, h_2, h_2) = c m_1 |h'_2 - h_2|$, 有

$$E|v'_2 - v_2| |h'_1, h_1), c m_1 \kappa |h'_1 - h_1|。$$

反复进行如上的步骤, 最终有以下二式成立:

$$\begin{aligned} E|h'_t - h_t| |h'_1, h_1), \kappa^{t-1} |h'_1 - h_1| \\ E|v'_t - v_t| |h'_1, h_1), c m_1 \kappa^{t-1} |h'_1 - h_1|。 \end{aligned}$$

即得 L1 收敛性。 $\{(v_t, h_t, w_t)\}_{t \in \mathbb{N}}$ 平稳遍历性的证明直接由 Neumann (2011) 可得, 证毕。

关于说明 1 的计算:

本文介绍如何计算已实现 MDH 模型条件 SC 中的 κ 的一个上界 U 。联立式 (2) 和式 (3), 有

$$h_t = \omega + \beta h_{t-1} + \gamma e^{\xi + \tau(z_{t-1}) + u_{t-1}} h_{t-1}^\phi + \zeta v_{t-1}。$$

注意到 $h_t = f(h_{t-1}, v_{t-1}, u_{t-1}, z_{t-1})$, 函数 f 的形式如下:

$$f(h', v', u', z') = \omega + \beta h' + \gamma e^{\xi + \tau(z') + u'} h'^\phi + \zeta v'。$$

由中值定理, 有 $\forall h'_t, h_t \geq 0, \forall v'_t, v_t \in \mathbb{N}_0, \forall w_t = (u_t, z_t) \in \mathbb{R}^2$, 下式成立:

$$|f(h'_t, v'_t, u_t, z_t) - f(h_t, v_t, u_t, z_t)|, (\beta + |\phi| \gamma e^{\xi + \tau(z_t) + u_t} \tilde{h}^{\phi-1}) |h'_t - h_t| + \zeta |v'_t - v_t| \tag{14}$$

其中,

$$\tilde{h} = (1-a)h_i + ah_i', a \in [0,1], \text{ s. t. } |h_i^\phi - h_i'^\phi| = |\phi| \tilde{h}^{\phi-1} |h_i' - h_i|。$$

为了使式(14)一致成立, 只要 $\phi, 1$ 和 $\tilde{h}^{\phi-1}, b^{\phi-1}$ 且正常数 b 为 h_i 及 h_i' 的下界, 便得到:

$$|f(h_i', v_i', u_i, z_i) - f(h_i, v_i, u_i, z_i)| \leq (\beta + |\phi| \gamma e^{\xi + \tau(z_i) + u_i} b^{\phi-1}) |h_i' - h_i| + \zeta |v_i' - v_i| \quad (15)$$

这样, κ 的一上界 U 具有以下形式

$$U = \beta + |\phi| \gamma E e^{\xi + \tau(z_i) + u_i} b^{\phi-1} + \zeta c m_1 \quad (16)$$

则在实际操作中, 可通过令 $U, C < 1$ 确定参数可行域。

附表1 模拟参数设定

	μ	ω	β	γ	ζ	ξ	ϕ	τ_1	τ_2	m_0	m_1	c	σ_u
真实值	0.19	-0.26	0.39	0.26	1.44	-0.14	1.10	0.01	0.04	3.53	0.68	0.16	0.57
上确界	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf
下确界	-Inf	-Inf	-Inf	-Inf	-Inf	-Inf	-Inf	-Inf	-Inf	0.00	0.00	0.00	0.00
先验初始值	0.00	0.10	0.10	0.10	0.10	0.00	0.80	0.00	0.00	1.00	1.00	0.10	0.10

附表2 不满足命题2条件(iii)的标准化估计值有效模拟样本的描述性统计

参数	均值	方差	最小值	1/4分位数	中位数	3/4分位数	最大值	偏度	峰度
μ	-0.00	1.02	-2.83	-0.73	-0.03	0.65	2.57	0.07	2.68
ω	-0.12	1.43	-5.09	-0.74	0.01	0.69	2.49	-0.92	4.64
β	-0.03	0.95	-3.23	-0.70	-0.01	0.60	3.06	-0.02	2.98
γ	-0.02	1.01	-3.41	-0.68	-0.01	0.68	2.88	-0.17	3.06
ζ	-0.00	0.93	-3.17	-0.69	-0.00	0.64	2.96	0.05	2.93
ξ	0.08	1.13	-3.17	-0.68	0.06	0.79	4.66	0.25	3.30
ϕ	-0.09	1.14	-3.91	-0.80	-0.03	0.66	3.17	-0.26	3.19
τ_1	0.02	0.96	-3.00	-0.62	0.03	0.66	3.21	-0.08	3.14
τ_2	-0.10	0.99	-3.34	-0.77	-0.12	0.53	3.06	-0.00	2.88
m_0	0.15	1.00	-2.60	-0.53	0.15	0.86	3.24	0.02	2.79
m_1	-0.00	1.09	-4.27	-0.68	-0.01	0.70	2.93	-0.17	3.25
c	-0.17	1.06	-3.55	-0.84	-0.16	0.49	3.02	-0.05	3.06
σ_u	-0.07	0.95	-2.70	-0.72	-0.08	0.56	3.29	0.07	3.07
标准正态	0.00	1.00	NULL	-0.67	0.00	0.67	NULL	0.00	3.00

注: 本表展示了当命题2条件(iii)不满足时, 在已实现MDH模型下基于高斯拟极大似然估计的参数标准化估计值有效模拟样本的描述性统计。这里 $T = 5000$, 模拟实验重复次数为1000, 其中有效样本量为861。

附表 3

中国个股回归结果

股票名称	μ	ω	β	γ	ζ	ξ	ϕ	τ_1	τ_2	m_0	m_1	c	σ_u	RGARCH	RMDH
平安银行	0.120 (0.043)	-0.027 (0.186)	0.096 (0.071)	0.297 (0.063)	2.503 (0.282)	-0.787 (0.171)	1.399 (0.107)	-0.014 (0.015)	0.034 (0.006)	2.490 (0.270)	0.807 (0.147)	0.166 (0.010)	0.583 (0.016)	-4005.1	-4036.3
万科 A	0.135 (0.060)	0.222 (0.274)	0.047 (0.055)	0.183 (0.029)	4.486 (0.501)	-0.606 (0.155)	1.227 (0.083)	0.021 (0.016)	0.023 (0.007)	1.307 (0.223)	0.700 (0.088)	0.176 (0.010)	0.591 (0.015)	-4054.9	-3923.4
格力电器	0.137 (0.055)	0.406 (0.259)	0.140 (0.062)	0.152 (0.029)	2.770 (0.306)	-0.719 (0.164)	1.374 (0.107)	0.013 (0.017)	0.043 (0.009)	1.841 (0.375)	1.043 (0.183)	0.150 (0.015)	0.600 (0.020)	-3847.3	-3815.1
五粮液	0.117 (0.052)	1.284 (0.145)	0.048 (0.047)	0.125 (0.016)	2.071 (0.175)	-1.257 (0.144)	1.738 (0.081)	0.016 (0.015)	0.034 (0.007)	0 -	1.691 (0.142)	0.145 (0.008)	0.533 (0.021)	-4003.5	-3886.1
浦发银行	0.037 (0.035)	0.035 (0.093)	0.182 (0.051)	0.160 (0.027)	1.948 (0.205)	-0.406 (0.113)	1.228 (0.068)	0.017 (0.015)	0.021 (0.005)	0.937 (0.175)	1.509 (0.192)	0.175 (0.011)	0.577 (0.015)	-3799.3	-3739.1
民生银行	0.086 (0.034)	0.070 (0.090)	0.163 (0.067)	0.195 (0.040)	1.675 (0.205)	-0.354 (0.105)	1.287 (0.071)	0.022 (0.017)	0.030 (0.007)	1.444 (0.200)	1.195 (0.182)	0.195 (0.013)	0.604 (0.017)	-3841.9	-3880.6
宝钢股份	0.120 (0.042)	0.559 (0.163)	0.144 (0.066)	0.115 (0.021)	1.886 (0.231)	-0.238 (0.136)	1.326 (0.103)	0.014 (0.015)	0.046 (0.008)	0.604 (0.345)	1.401 (0.212)	0.173 (0.014)	0.537 (0.017)	-3616.4	-3694.3
中国石化	0.148 (0.034)	0.503 (0.082)	0.100 (0.070)	0.086 (0.016)	1.237 (0.114)	0.065 (0.085)	1.280 (0.067)	0.010 (0.015)	0.027 (0.009)	0 -	2.419 (0.197)	0.174 (0.010)	0.486 (0.013)	-3567.2	-3489.7
上汽集团	0.120 (0.047)	0.419 (0.224)	0.181 (0.059)	0.167 (0.028)	1.914 (0.210)	-0.598 (0.156)	1.362 (0.112)	0.033 (0.016)	0.034 (0.008)	1.593 (0.390)	1.159 (0.165)	0.169 (0.010)	0.592 (0.013)	-4106.7	-4108.6
恒瑞医药	0.191 (0.044)	-0.256 (0.107)	0.386 (0.101)	0.262 (0.034)	1.439 (0.336)	-0.144 (0.107)	1.104 (0.080)	0.012 (0.014)	0.036 (0.009)	3.527 (0.288)	0.678 (0.150)	0.157 (0.010)	0.574 (0.016)	-4039.6	-4097.5
贵州茅台	0.098 (0.046)	0.567 (0.182)	0.127 (0.049)	0.188 (0.031)	1.788 (0.181)	-0.961 (0.159)	1.569 (0.115)	0.031 (0.016)	0.029 (0.010)	1.815 (0.354)	1.192 (0.183)	0.169 (0.013)	0.566 (0.013)	-4145.5	-4041.1
海尔智家	0.173 (0.053)	-0.216 (0.179)	0.121 (0.055)	0.226 (0.032)	3.314 (0.316)	-0.277 (0.113)	1.140 (0.065)	0.043 (0.017)	0.031 (0.008)	2.240 (0.200)	0.738 (0.085)	0.168 (0.009)	0.567 (0.023)	-4048.6	-3963.7

注: 本表基于已实现 MDH 模型, 对 12 支存续时间长且流动性较好的中国个股进行参数估计。样本区间自 2012 年 7 月至 2018 年 7 月。对于每一支股票的第 2~14 列, 第一行是参数估计值, 第二行括号中数字是对应的标准误差。参数 m_0 , m_1 , c 和 σ_u 在参数估计的过程中有非负的限制。五粮液和中国石化的 m_0 被限制为 0。对成交量序列进行了去趋势和调尺度处理。实证中删去高频观测缺失率高于 10% 的交易日, 由于数据清洗或停牌, 不同股票可能具有不同的样本数量。这里用到的杠杆函数的形式是 $\tau(z_t) = \tau_1 z_t + \tau_2 (z_t^2 - 1)$ 。“RGARCH 似然”表示已实现 GARCH 模型的似然函数估计值乘以样本量减一,“RMDH 偏似然”表示已实现 MDH 模型的“已实现 GARCH 型”偏似然函数估计值乘以样本量减一, 两个模型中数值更大的用黑体突出显示。

附表 4

美国个股回归结果

股票名称	μ	ω	β	γ	ζ	ξ	ϕ	τ_1	τ_2	m_0	m_1	c	σ_u	RGARCH	RMDH
苹果	0.011 (0.028)	-0.025 (0.072)	0.278 (0.095)	0.158 (0.048)	0.919 (0.144)	-0.313 (0.051)	1.089 (0.069)	-0.080 (0.016)	0.157 (0.010)	3.661 (0.420)	3.467 (0.428)	0.107 (0.007)	0.536 (0.013)	-3478.9	-3578.4
美国银行	-0.020 (0.032)	0.257 (0.203)	0.151 (0.085)	0.121 (0.161)	1.027 (0.200)	-0.207 (0.099)	1.127 (0.130)	-0.046 (0.016)	0.122 (0.014)	3.474 (1.866)	3.060 (1.521)	0.109 (0.011)	0.560 (0.035)	-3651.6	-3806.8
通用电气	-0.020 (0.023)	-0.172 (0.058)	0.239 (0.094)	0.264 (0.115)	0.751 (0.147)	-0.132 (0.044)	0.859 (0.053)	0.0003 (0.019)	0.112 (0.014)	3.454 (0.457)	2.870 (0.870)	0.142 (0.020)	0.534 (0.022)	-3112.9	-3320.9
IBM	0.010 (0.020)	-0.106 (0.043)	0.271 (0.114)	0.300 (0.063)	0.438 (0.122)	-0.172 (0.035)	0.702 (0.053)	-0.018 (0.014)	0.115 (0.008)	3.782 (0.476)	3.290 (0.781)	0.155 (0.020)	0.515 (0.015)	-2910.4	-3030.0
英特尔	0.054 (0.026)	0.038 (0.047)	0.391 (0.069)	0.388 (0.046)	0.180 (0.095)	0.024 (0.038)	0.897 (0.048)	-0.022 (0.014)	0.122 (0.010)	5.556 (0.422)	1.237 (0.291)	0.138 (0.010)	0.477 (0.012)	-3262.5	-3300.3
摩根大通	0.024 (0.025)	0.012 (0.070)	0.230 (0.065)	0.215 (0.057)	0.578 (0.100)	-0.054 (0.048)	1.048 (0.085)	-0.039 (0.014)	0.106 (0.008)	6.054 (0.630)	4.607 (0.780)	0.087 (0.005)	0.498 (0.014)	-3188.6	-3246.8
可口可乐	0.017 (0.019)	-0.019 (0.061)	0.269 (0.100)	0.065 (0.136)	0.391 (0.087)	-0.115 (0.082)	0.803 (0.106)	-0.022 (0.016)	0.119 (0.015)	5.156 (1.633)	8.731 (4.380)	0.098 (0.011)	0.551 (0.034)	-2725.6	-2936.3
麦当劳	0.035 (0.019)	0.038 (0.055)	0.375 (0.297)	0.186 (0.149)	0.200 (0.210)	-0.057 (0.074)	0.946 (0.114)	-0.003 (0.019)	0.109 (0.014)	4.951 (1.788)	4.816 (4.937)	0.127 (0.020)	0.525 (0.036)	-2787.4	-2879.7
微软	0.059 (0.024)	-0.056 (0.046)	0.443 (0.077)	0.406 (0.066)	0.217 (0.094)	-0.063 (0.035)	0.813 (0.049)	-0.049 (0.014)	0.101 (0.008)	4.885 (0.446)	1.343 (0.358)	0.150 (0.016)	0.517 (0.016)	-3276.5	-3322.0
沃尔玛	0.036 (0.022)	0.194 (0.148)	0.071 (0.148)	0.188 (0.072)	0.419 (0.133)	-0.192 (0.093)	1.005 (0.169)	0.036 (0.019)	0.040 (0.006)	3.117 (1.071)	4.629 (1.228)	0.142 (0.021)	0.557 (0.016)	-3116.9	-3231.0

注: 本表基于已实现 MDH 模型, 对 10 支流动性较好的美国个股进行参数估计。样本区间自 2012 年 6 月至 2018 年 7 月。对于每一支股票的第 2~14 列, 第一行是参数估计值, 第二行括号中数字是对应的标准误。参数 m_0 , m_1 , c 和 σ_u 在参数估计的过程中有非负的限制。对成交量序列进行了去趋势和调尺度处理。实证中删去高频观测缺失率高于 10% 的交易日(见第五节中第一个脚注), 由于数据清洗或停牌, 不同股票可能具有不同的样本数量。这里用到的杠杆函数的形式是 $\tau(z_t) = \tau_1 z_t + \tau_2 (z_t^2 - 1)$ 。“RGARCH 似然”表示已实现 GARCH 模型的似然函数估计值乘以样本量减一, “RMDH 偏似然”表示已实现 MDH 模型的“已实现 GARCH 型”偏似然函数估计值乘以样本量减一, 两个模型中数值更大的用黑体突出显示。

附录说明 1:在附表 3 和 4 中,参数 m_0 代表了非知情交易者产生的成交量,因此非负。产生 $m_0 = 0$ 的原因是条件波动率和成交量的散点图经优化后拟合直线交于 Y 轴(成交量轴)负半轴,这种情况下 $m_0 = 0$ 能够使得拟合优度最大。这说明简单线性模型不足以刻画条件波动率和成交量之间的关系。为了解决这一问题,可以使用多信息流结构或者非线性结构刻画成交量与波动率之间的关系,这将会带来理论上新的挑战。本文通过分析参数 m_1 的显著性判断是否存在知情交易和通过参数 m_1 的 Z 检验 p 值的均值来分析所研究的中美个股之间的差异。条件波动率和成交量的散点图揭示了当 $m_0 = 0$ 时,随着条件波动率水平的增加,成交量增加的陡峭程度(即斜率参数 m_1)往往大于当 $m_0 > 0$ 时成交量增加的陡峭程度,这意味着每增加相同幅度的波动水平, $m_0 = 0$ 时成交量的增加幅度要高于 $m_0 > 0$ 时的增加幅度,这与本文研究得出的中国市场股票信息交易更为显著的现象相一致。因此,从参数估计的统计显著性角度出发,本文的定性实证结论是完全可靠的,只是在估计出 $m_0 = 0$ 的情形下,能从两种类型交易者数量占比的定量角度去分析对比中美两个市场的知情交易差异。